$\boxed{1}$　O を原点とする座標平面上に円 $C : x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $D : y = (x-3)^2$ がある．D 上の点 P から C に 2 本の接線を引き，その接点を A，B とする．

$\angle$APB が最大となるときの P の座標を求めよ．

（配点率 30 %）

$\boxed{2}$ 以下の問いに答えよ．

(1) $ad^3 - bd^2 - acd + bc$ を因数分解せよ．

(2) p，q を正の整数とする．次の等式を満たす有理数 x がちょうど 2 つであるような組 (p, q) をすべて求めよ．

$$px^3 + pqx - 10(x^2 + px + q) + 100 = 0$$

（配点率 35 %）

$\boxed{3}$ 図のように，正六角形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ とその外接円の中心 O がある．大，中，小のサイコロを投げ，出た目を順に i，j，k とするとき，次の問いに答えよ．

ただし，以下において $A_0 = A_6$ とする．

(1) $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} = \overrightarrow{OA_k}$ となる確率を求めよ．

(2) ある実数 p を用いて $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} = p(\overrightarrow{A_{j-1}A_j} + \overrightarrow{A_{k-1}A_k})$ と表される確率を求めよ．

(3) $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} \cdot \overrightarrow{A_{j-1}A_j} > \overrightarrow{A_{i-1}A_i} \cdot \overrightarrow{A_{k-1}A_k}$ となる確率を求めよ．

（配点率 35 %）