$\boxed{1}$ 1の3乗根のうち虚数であるものの1つをωとし，実数を係数とするxの3次方程式

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad \cdots (*)$$

がωを解にもつとする．

(1) a，b，cが満たすべき条件を求めよ．

(2) 複素数平面上に3次方程式$(*)$の3つの解を頂点とする三角形をとったとき，その内角の最小値が$\dfrac{\pi}{6}$であるという．aの値を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{2}$ 実数x，yが条件

$$x > 0, \quad (2x + y)(x - 2y) = 1$$

を満たしながら変化するとき，以下の問いに答えよ．

(1) xのとり得る最小の値を求めよ．

(2) $y - x$のとり得る最大の値を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{3}$ 座標平面上に円 $C : x^2 + y^2 = 1$ と 2 直線 $\ell_1 : y = -2$，$\ell_2 : y = 2$ がある．

(1) 次の（条件）を満たす点 P の軌跡を図示せよ．

（条件） 点 P を中心とする円で，C に外接し，かつ ℓ_1，ℓ_2 のうち少なくとも一方に外接するものが存在する

(2) (1) の軌跡によって囲まれる部分を y 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{4}$ 正の整数 m，n が不等式

$$n! \leqq m^m < (n+1)!$$

を満たしているとする．

(1) $m \leqq n$ を示せ．

(2) $n!$ 以上 $(n+1)!$ 未満の整数のうち，$m!$ の倍数であるものがちょうど m 個存在する．このような整数の組 (m, n) をすべて求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{5}$ 図のように，正六角形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ とその外接円の中心 O がある．大，中，小のサイコロを投げ，出た目を順に i，j，k とするとき，次の問いに答えよ．

ただし，以下において $A_0 = A_6$ とする．

(1) $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} = \overrightarrow{OA_k}$ となる確率を求めよ．

(2) ある実数 p を用いて $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} = p(\overrightarrow{A_{j-1}A_j} + \overrightarrow{A_{k-1}A_k})$ と表される確率を求めよ．

(3) $\overrightarrow{A_{i-1}A_i} \cdot \overrightarrow{A_{j-1}A_j} > \overrightarrow{A_{i-1}A_i} \cdot \overrightarrow{A_{k-1}A_k}$ となる確率を求めよ．

（配点率 20 %）