

- 1 1 の 3 乗根のうち、虚数であるものの 1 つを ω とするとき、 $\omega^5 + \omega^4 + 3$ の値を求めよ.
- 2 xy 平面上に円 $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ と直線 $\ell: 3x + 4y = k$ がある. C と ℓ が共有点をもたないような定数 k の値の範囲を求めよ.
- 3 四面体 $OABC$ において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく. 線分 OA を $1:2$ に内分する点を D , 線分 OB を $3:2$ に内分する点を E , 線分 OC を $1:1$ に内分する点を F とする. また三角形 ABC の重心を G とし、四面体 $OABC$ の体積を V とする.
- (1) 3 点 D, E, F を含む平面と線分 OG との交点を P とする. $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ とおくとき、 $\vec{p}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ.
 - (2) 四面体 $ODEF$ の体積を V を用いて表せ.
 - (3) 四面体 $GDEF$ の体積を V を用いて表せ.
- 4 $(x - 5y + 2z)^7$ の展開式における $x^4 y^2 z$ の係数を求めよ.
- 5 (1) 2 個のさいころの同時に投げたとき、少なくとも 1 つの奇数の目が出る確率を求めよ.
 (2) 2 個のさいころの同時に投げたとき、出た目の和が 4 以下となる確率を求めよ.
 (3) 3 個のさいころの同時に投げたとき、出た目の積が 8 の倍数となる確率を求めよ.

6 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき,

$$f(\theta) = \sin 2\theta + \sqrt{2} \sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta$$

とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ として, $f(\theta)$ を t を用いて表せ.
- (2) t のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3) $f(\theta)$ の最大値および最小値と, そのときの θ の値をそれぞれ求めよ.

7 2 直線 $y = 5x$, $y = \frac{2}{3}x$ のなす角 θ を求めよ. ただし, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする.

8 $x^2 - xy + x - y = 7$ を満たす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

9 $P(x)$ を多項式とする. $(x-1)P(x)$ を $x-3$ で割ると余りが 14, $P(x)$ を x^2+1 で割ると余りが $-x$ である.

- (1) $P(x)$ を $x-3$ で割ったときの余りを求めよ.
- (2) $P(x)$ を x^2+1 で割ったときの商を $Q(x)$ とする. $Q(x)$ を $x-3$ で割ったときの余りを求めよ.
- (3) $P(x)$ を $(x^2+1)(x-3)$ で割ったときの余りを求めよ.

10 n を 1 より大きい整数とする. 不等式

$$\frac{1}{\log_2 5} + \frac{2}{\log_n 5} < 4$$

を満たす最大の n を求めよ.

11 座標平面において, $y = x^2 - 1$ で表される放物線を C とする. C 上の点 P における C の接線を ℓ とする. ただし, 点 P は y 軸上にはないものとする. O を原点とし, 放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S_1 , 放物線 C と接線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする. $S - T$ の最大値を求めよ.