

- 1 2 点 $(\pm 2\sqrt{2}, 0)$ を焦点とし、焦点からの距離の和が 6 である楕円を C とする. 点 $P(-13, -2)$ から C へ引いた接線の傾きを求めよ. また, $f(\theta) = \frac{8 - 3\sin^2 \theta}{1 + \sin \theta \cos \theta}$ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ の最大値と最小値を求めよ.

- 2 $f(x) = xe^x$ ($x > 0$) の逆関数を $g(x)$ とする. $a = \frac{\sqrt{e}}{2}$ とするとき, $g(a)$, $g'(a)$ を求めよ.

- 3 曲線 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ の $1 \leq x \leq 2$ の部分の長さを求めよ.

- 4 $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x} dx = \int_0^1 \frac{e^x(x^2 - x^4)}{1 + e^x} dx$ が成り立つことを示し, 定積分 $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x}$ を求めよ.

- 5 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.

$$f(x) = x + \int_0^\pi f(t) \cos(x+t) dt.$$

- 6 複素数平面上の点 z に対して, $w = (1+2i)(z+2)$ で表される点 w がある. 点 z が単位円上を動くとき, $|w+1|$ の最大値を求めよ.

- 7 定積分 $\int_0^{\log \sqrt{3}} \frac{e^{3x} + 4e^{2x} + e^x}{e^{4x} + 2e^{2x} + 1} dx$ を求めよ.