

1 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x^2}$  を求めよ.

2 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10 \cdot 7^n - 3 \cdot 2^{3n+1}}{56^n}$  の和を求めよ.

3  $0 \leq \theta < \pi$  のとき,  $\frac{1 - 4 \sin \theta - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$  の最小値を求めよ.

4 楕円  $C_1: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$  と双曲線  $C_2: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$  を考え,  $C_1$  の焦点を  $x$  座標が小さい順に  $A_1, A_2$  とし,  $C_1$  と  $C_2$  の交点のうち第 1 象限にあるものを  $P$  とする.  $C_2$  の焦点も  $A_1, A_2$  であることを示し, 線分  $A_1P$  と  $A_2P$  の長さを求めよ. さらに,  $\cos \angle A_1PA_2$  の値を求めよ.

5  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x \cos x}{(\sin^2 x + \frac{1}{2})^2} dx$  の値を求めよ.

6 複素数平面上の点  $z$  が不等式  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| \leq 2$  を満たすとき, 点  $z$  の全体はどのような図形を表すか.  $z = x + yi$  ( $x, y$  は実数) において答えよ. また, このとき  $|z - 1 - i|$  の最大値と最小値, およびそのときの  $z$  の値をそれぞれ求めよ.

7 媒介変数  $t$  を用いて

$$\begin{cases} x = e^{-t}(\cos t + \sin t), \\ y = e^{-t}(\cos t - \sin t + 2) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

と表される曲線の長さを求めよ.