

【29】 数列の極限に関する次の各問に答えよ.

(A) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin^n x - \cos^n x)$  を求めよ.

(B) 関数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+2} + x^{2n+1} + x^2}{x^{2n} + 1}$  のグラフをかけ.

【30】 関数  $f(\theta) = \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta}$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) の最大値を求めよ.

【31】 関数  $f(x) = \frac{3(e^x - e^{-x})}{e^x + e^{-x}} - x$  ( $x \geq 0$ ) の最大値を求めよ.

【32】 定積分  $I_n = \int_0^\pi e^x |\sin nx| dx$  を求め, できるだけ簡単な形で表せ. さらに極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  を求めよ.

【33】  $xy$  平面上の円  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  を  $y$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ.

【34】 次の関係

$$\begin{cases} f(x) = \int_0^x \{g(t) + t \cos t\} dt + \sin x, \\ g(x) = \sin x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \{f'(t) - \cos t\} dt \end{cases}$$

を満たす関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ.

【35】 複素数  $z$  が単位円上を動くとき,  $w = \frac{2z}{z-1}$  で定まる複素数  $w$  の描く軌跡を図示せよ.