積分計算の復習

次の定積分を計算せよ。

[1] $\displaystyle\int_0^1 \left(e^x + e^{-x}\right)^2 dx$

(答) …

[2] $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 2x\, dx$

(答) …

[3] $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x\, dx$

(答) …

10・2

(2) [交点の x 座標を求める部分]

$y = 2\sin 2x$ と $y = \tan x$ を連立し，y を消去すると，

$$2\sin 2x = \tan x$$

$$\therefore\ 4\sin x\cos x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\therefore\ 4\sin x\cos^2 x = \sin x$$

$$\therefore\ \sin x\left(4\cos^2 x - 1\right) = 0$$

$$\therefore\ \sin x = 0 \text{ または } \cos x = \pm\frac{1}{2}$$

$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ での交点を考えているから

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \therefore\ x = \frac{\pi}{3}$$

10・3

(1) $C : y = \log x$ において，$y' = \dfrac{1}{x}$ だから

点 $(t,\ \log t)$ における接線の式は

$$l : y = \frac{1}{t}(x - t) + \log t$$

$$\therefore\ l : y = \frac{1}{t}x - 1 + \log t \quad \cdots ①$$

これが原点を通るときの t を求めると

①に $x = 0,\ y = 0$ を代入して

$$0 = -1 + \log t$$

$$\therefore\ \log t = 1$$

$$\therefore\ t = e$$

①に代入して，

$$l : y = \frac{1}{e}x \quad \cdots (答)$$