



## 3・1

## 補助問題

$$[Q1] \frac{1}{3+4i} =$$

$$[Q2] \left\{ 2 \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right) \right\}^2$$

=

$$[Q3] \frac{4}{2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)}$$

=

## 基礎の確認

$$\alpha = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1),$$

$$\beta = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \text{ のとき,}$$

$$\alpha\beta = r_1 r_2 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$= r_1 r_2 \{ \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ + i(\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2) \}$$

$$= r_1 r_2 \{ \cos(\quad) + i \sin(\quad) \}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)}$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)}{(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)}$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \cdot (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \{ \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ + i(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) \}$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \{ \cos(\quad) + i \sin(\quad) \}$$

## 3・2 (解答例)

$$(1) \frac{1}{1-\sqrt{3}i} = \frac{1+\sqrt{3}i}{(1-\sqrt{3}i)(1+\sqrt{3}i)} \\ = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} \\ = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$$

これより

$$\left( \frac{1}{1-\sqrt{3}i} \right)^6 = \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^6 \\ = \cos \left( \frac{\pi}{3} \cdot 6 \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{3} \cdot 6 \right) \\ = \cos 2\pi + i \sin 2\pi \\ = 1 \quad \dots (\text{答})$$

(2) (計算部分のみ)

$$1+i = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

これより

$$(1+i)^n = \left\{ \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right\}^n$$

$$= (\sqrt{2})^n \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^n$$

$$= (\sqrt{2})^n \left( \cos \frac{n\pi}{4} + i \sin \frac{n\pi}{4} \right)$$

$$= (\sqrt{2})^n \cos \frac{n\pi}{4} + \left\{ (\sqrt{2})^n \sin \frac{n\pi}{4} \right\} i$$

## 基礎の確認

$$\{ r(\cos \theta + i \sin \theta) \}^n$$

$$= r^n (\cos \theta + i \sin \theta)^n$$

$$= r^n \{ \cos(\quad) + i \sin(\quad) \}^n$$

### 3・3 (解答例)

(計算部分のみ)

$$\begin{aligned}2(-1 + \sqrt{3}i) &= -2 + 2\sqrt{3}i \\ &= 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

であり、 $2(-1 + \sqrt{3}i)$  は

絶対値：4

偏角： $\frac{2\pi}{3}$

である。

:

(以下略：授業で)

#### 補助問題

【Q4】 次の等式を満たす複素数  $z$  をすべて求めよ。

$$z^3 = i$$

### Column

Q:  $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3}$  をどうやって計算する?

Aさんの解答:

$$\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6}$$

Bさんの解答:

$$\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$$

おや?

$$\sqrt{6} = -\sqrt{6} \text{ ということ?}$$

いやいや、そんなはずは・・・

AさんとBさんの少なくとも一方は誤りということになりそうです。

:

どこが問題なのでしょう?



高2理系数学TH (中高一貫)  
講座専用サイト (お問合わせ)  
講座専用サイト (お問合わせ)  
高2理系数学TH (中高一貫)

数学力を高めよう! (Produced by 藤田貴志)

← 講座専用サイト

学習アドバイス, 学習ツール, 入試情報 なども掲載