2020年 II期　高２理系数学（中高一貫）

Lesson7

7・1

補助問題

次の不定積分を求めよ。
（積分定数は C としておこう）

【Q1】 $\displaystyle\int (2x+3)^{100}\,dx =$

【Q2】 $\displaystyle\int (-x+1)^{\frac{1}{2}}\,dx =$

【Q3】 $\displaystyle\int (1+3x)^{-\frac{1}{2}}\,dx =$

【Q4】 $\displaystyle\int \sqrt{x+1}\,dx =$

【Q5】 $\displaystyle\int \sqrt{1-3x}\,dx =$

【Q6】 $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{2x-1}}\,dx =$

【Q7】 $\displaystyle\int \frac{2}{x+1}\,dx =$

【Q8】 $\displaystyle\int \frac{1}{1-3x}\,dx =$

【Q9】 $\displaystyle\int e^{-x}\,dx =$

【Q10】 $\displaystyle\int \frac{1}{e^{2x}}\,dx =$

【Q11】 $\displaystyle\int \sin^2 2x\,dx =$

7・2

補助問題

次の不定積分を求めよ。
（積分定数は C としておこう）

【Q12】 $\displaystyle\int xe^{x}\,dx =$

【Q13】 $\displaystyle\int (x+1)e^{2x}\,dx =$

【Q14】 $\displaystyle\int x^2e^{x}\,dx =$

【Q15】 $\displaystyle\int x\log x\,dx =$

【Q16】 $\displaystyle\int \log x\,dx =$

【Q17】 $\displaystyle\int (x+1)\log(x+1)\,dx =$

【Q18】 $\displaystyle\int \log(x+1)\,dx =$

【7・2の別解】

(1) $\displaystyle\int_1^e \log x\,dx$

$$= \left[\frac{x^3}{3}\log x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}\,dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3}\log x\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{3}x^2\,dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3}\log x\right]_1^e - \left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$$

$$= \left(\frac{e^3}{3}\log e - \frac{1}{3}\log 1\right) - \left(\frac{e^3}{9} - \frac{1}{9}\right)$$

$$= \frac{e^3}{3} - 0 - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{2e^3+1}{9} \quad \cdots \text{(答)}$$

(2) $\displaystyle\int_0^1 xe^{2x}\,dx$

$$= \left[x\cdot\frac{e^{2x}}{2}\right]_0^1 - \int_0^1 1\cdot\frac{e^{2x}}{2}\,dx$$

$$= \left[x\cdot\frac{e^{2x}}{2}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2}\,dx$$

$$= \left[x\cdot\frac{e^{2x}}{2}\right]_0^1 - \left[\frac{e^{2x}}{4}\right]_0^1$$

$$= \left(1\cdot\frac{e^2}{2} - 0\cdot\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} - 0 - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

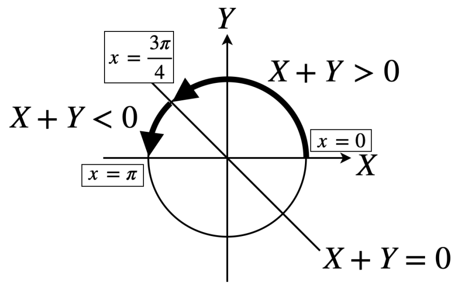
$$= \frac{e^2+1}{4} \quad \cdots \text{(答)}$$

7・3

(1) $f(x) = e^x \sin x$ について，

$$f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$$
$$= e^x(\sin x + \cos x)$$
$$= e^x \times (Y + X)$$

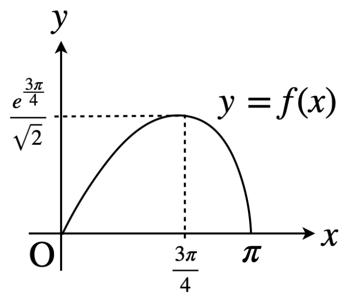
（ただし，$(X,\ Y) = (\cos x,\ \sin x)$）



これより，$f(x)$ の増減は次のとおり。

θ	0	$\cdots$	$\frac{3\pi}{4}$	$\cdots$	π
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{e^{\frac{3\pi}{4}}}{\sqrt{2}}$	$\searrow$	0

よって，$y = f(x)$ のグラフの概形は次のとおり。



$\cdots$ (答)

(2) 求める面積を S とすると，

$$S = \int_0^\pi \left\{f(x) - 0\right\}dx$$
$$= \int_0^\pi e^x \sin x\,dx$$

（続きは授業で）