



積分計算の復習

次の定積分を計算せよ。

[1] $\int_0^{\log x} (x - e^t) dt$

(答) ... _____

[2] $\int_0^2 \frac{t}{t^2 + 3} dt$

(答) ... _____

[3] $\int_0^{\pi} (t^2 + k) \sin t dt$

(答) ... _____

9・2

$$\begin{aligned} f(x) &= \left[\log(t^2 + 3) \right]_{x-1}^{x+1} \\ &= \frac{1}{2} \left[\log \{ (x+1)^2 + 3 \} \right. \\ &\quad \left. - \log \{ (x-1)^2 + 3 \} \right] \end{aligned}$$

これより,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{2(x+1)}{(x+1)^2 + 3} - \frac{2(x-1)}{(x-1)^2 + 3} \right\} \\ &= \frac{\{(x+1)(x^2 - 2x + 4) - (x-1)(x^2 + 2x + 4)\}}{\{(x+1)^2 + 3\}\{(x-1)^2 + 3\}} \\ &= \frac{-2(x+2)(x-2)}{\{(x+1)^2 + 3\}\{(x-1)^2 + 3\}} \end{aligned}$$

x	1	...	2	...	(∞)
$f'(x)$		+		-	
$f(x)$		↗	最大	↘	

増減表より, $f(x)$ の最大値は

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{1}{2} (\log 12 - \log 4) \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{12}{4} \\ &= \frac{1}{2} \log 3 \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

9・3

補助問題

[例題1]

次の定積分を計算せよ。

$$I = \int_{-1}^2 |x| dx$$

[例題2]

$0 < a < 1$ であるとき、次の定積分を計算せよ。

$$I = \int_0^1 |x - a| dx$$

Column

先生：「定積分 $I = \int_0^1 |t - x| dt$ を計算してください。」

生徒Aの解答：

(ア) $t - x \geq 0$ のとき

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 (t - x) dt \\ &= \left[\frac{1}{2}t^2 - xt \right]_0^1 = \frac{1}{2} - x \end{aligned}$$

(イ) $t - x < 0$ のとき

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 (-t + x) dt \\ &= \left[-\frac{1}{2}t^2 + xt \right]_0^1 = -\frac{1}{2} + x \end{aligned}$$

生徒Bの解答：

$$\begin{aligned} I &= \int_0^x |t - x| dt + \int_x^1 |t - x| dt \\ &= \int_0^x (t - x) dt + \int_x^1 (-t + x) dt \\ &= \left[\frac{1}{2}t^2 - xt \right]_0^x + \left[-\frac{1}{2}t^2 + xt \right]_x^1 \\ &= \frac{1}{2}x^2 - x^2 - \frac{1}{2}(1 - x^2) + x(1 - x) \\ &= -x^2 + x - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

先生：「Aさん、残念・・・」
「Bさん、惜しいい」

：

考えてみよう

Aさんの解答のどこが問題でしょうか？

Bさんの解答の問題点を2つ指摘しましょう

数学力を高めよう！

(Produced by 藤田貴志)

講座専用サイト→



高2理系数学TH (中高一貫) 講座専用サイト (お知らせ)
高2理系数学TH (中高一貫) 講座専用サイト (お知らせ)