数学指導法研究

section C「読解における着眼点2」（藤田貴志）

2022年神戸大学（理系）の問題を用いて、問題文の読み取りにおける着眼点のいくつかを紹介し、解き方が決まるまでのプロセスを学習者が自ら構成できるようになるための指導上の工夫を紹介します。

中心的な話題：

- 不確定要素
- 依存関係

数列 $\{a_n\}$を $a_1 = 1$，$a_2 = 2$，$a_{n+2} = \sqrt{a_{n+1} \cdot a_n}$ （ $n = 1, 2, 3, \cdots$ ）によって定める．以下の問に答えよ．

(1) すべての自然数 n について $a_{n+1} = \dfrac{2}{\sqrt{a_n}}$ が成り立つことを示せ．

(2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log a_n$ （ $n = 1, 2, 3, \cdots$ ）によって定める．b_n の値を n を用いて表せ．

(3) 極限値 $\lim_{n \to \infty} a_n$ を求めよ．

m を 3 以上の自然数，$\theta = \dfrac{2\pi}{m}$，C_1 を半径 1 の円とする．円 C_1 に内接する（すべての頂点が C_1 上にある）正 m 角形を P_1 とし，P_1 に内接する（ P_1 のすべての辺と接する）円を C_2 とする．同様に，n を自然数とするとき，円 C_n に内接する正 m 角形を P_n とし，P_n に内接する円を C_{n+1} とする．C_n の半径を r_n，C_n の内側で P_n の外側の部分の面積を s_n とし，$f(m) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} s_n$ とする．以下の問に答えよ．

(1)　r_n，s_n の値を θ，n を用いて表せ．

(2)　$f(m)$ の値を θ を用いて表せ．

(3)　極限値 $\displaystyle\lim_{m\to\infty} f(m)$ を求めよ．ただし，必要があれば $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{6}$ を用いてよい．

a を実数，$0 < a < 1$ とし，$f(x) = \log(1 + x^2) - a x^2$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ．

(2) $f(1) = 0$ とする．曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

a を正の実数とし，双曲線 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=1$ と直線 $y=\sqrt{a}\,x+\sqrt{a}$ が異なる 2 点 P，Q で交わっているとする．線分 PQ の中点を R$(s,\ t)$ とする．以下の問に答えよ．

(1)　a のとりうる値の範囲を求めよ．

(2)　s，t の値を a を用いて表せ．

(3)　a が (1) で求めた範囲を動くときに s のとりうる値の範囲を求めよ．

(4)　t の値を s を用いて表せ．

a，b を実数，p を素数とし，$1 < a < b$ とする．以下の問に答えよ．

(1) x，y，z を 0 でない実数とする．$a^x = b^y = (ab)^z$ ならば $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{z}$ であることを示せ．

(2) m，n を $m > n$ をみたす自然数とし，$\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{p}$ とする．m，n の値を p を用いて表せ．

(3) m，n 自然数とし，$a^m = b^n = (ab)^p$ とする．b の値を a，p を用いて表せ．