阪大理系学部　入試問題

2018年

1　次の問いに答えよ.

(1)　$x > 0$ の範囲で不等式

$$x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

が成り立つことを示せ.

(2)　x が $x > 0$ の範囲を動くとき,

$$y = \frac{1}{\log(1+x)} - \frac{1}{x}$$

のとりうる値の範囲を求めよ.

（配点率 20 %）

2　a, b を正の実数とし, $f(x) = x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1$ とする.

(1)　c を実数とし, $f(x)$ が $x - c$ で割り切れるとする. このとき, $c > 0$ であり, $f(x)$ は $(x-c)\left(x - \dfrac{1}{c}\right)$ で割り切れることを示せ.

(2)　$f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x-s)(x-t)(x-u)(x-v)$$

と因数分解できるとき, $a \geqq 4$ が成り立つことを示せ.

(3)　$a = 5$ とする. $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x-s)(x-t)(x-u)(x-v)$$

と因数分解できるような自然数 b の値をすべて求めよ.

（配点率 20 %）

3　2 つの関数

$$f(t) = 2\sin t + \cos 2t, \qquad g(t) = 2\cos t + \sin 2t$$

を用いて定義される座標平面上の曲線

$$C:\ x = f(t),\ \ y = g(t) \quad \left(0 \leqq t \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える.

(1)　t が $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, $f(t)$ および $g(t)$ の最大値を求めよ.

(2)　t_1, t_2 を $0 \leqq t_1 < t_2 \leqq \dfrac{\pi}{2}$ かつ $f(t_1) = f(t_2)$ を満たす実数とする. このとき, $g(t_1)^2 - g(t_2)^2 > 0$ が成り立つことを示せ.

(3)　C と直線 $x = 1$ が囲む領域の面積 S を求めよ.

（配点率 20 %）

阪大理系学部　入試問題

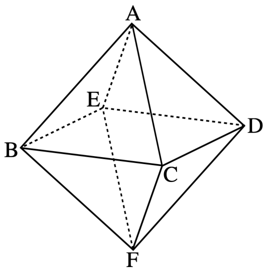
<table>
<tr><td>4</td><td>

座標空間に 6 点

$A(0, 0, 1)$，$B(1, 0, 0)$，$C(0, 1, 0)$，

$D(-1, 0, 0)$，$E(0, -1, 0)$，$F(0, 0, -1)$

を頂点とする正八面体 ABCDEF がある．s，t を $0 < s < 1$，$0 < t < 1$ を満たす実数とする．線分 AB，AC をそれぞれ $1-s : s$ に内分する点を P，Q とし，線分 FD，FE をそれぞれ $1-t : t$ に内分する点を R，S とする．



(1) 4 点 P，Q，R，S が同一平面上にあることを示せ．

(2) 線分 PQ の中点を L とし，線分 RS の中点を M とする．s，t が $0 < s < 1$，$0 < t < 1$ の範囲を動くとき，線分 LM の長さの最小値 m を求めよ．

(3) 正八面体 ABCDEF の 4 点 P，Q，R，S を通る平面による切り口の面積を X とする．線分 LM の長さが (2) の値 m をとるとき，X を最大とするような s，t の値と，そのときの X の値を求めよ．

（配点率 20 %）

</td></tr>
<tr><td>5</td><td>

p，q を $0 < p < 1$，$0 < q < 1$ を満たす実数とし，n を 2 以上の整数とする．2 つのチーム A，B が野球の試合を n 回行う．1 試合目に A が勝つ確率は p であるとする．また，A が勝った試合の次の試合に A が勝つ確率は p であり，B が勝った試合の次の試合に A が勝つ確率は q であるとする．なお，試合結果に引き分けはなく，勝敗が決まるとする．

(1) n 試合目に A が勝つ確率 a_n を求めよ．

(2) $n \geqq 3$ とする．B が連勝せずにちょうど 2 試合に勝つ確率 b_n を求めよ．

（配点率 20 %）

</td></tr>
</table>