$$x^2-\underbrace{(2p+|p|-|p+1|+1)}_{=A\text{とおく}}x+\frac{1}{2}\underbrace{(2p+3|p|-|p+1|-1)}_{=B\text{とおく}}=0 \quad \cdots ①$$

(1) 2次方程式①の判別式を D とおくと

$$D=A^2-2B. \quad \text{-------} ②$$

(ア) $p\leqq -1$, (イ) $-1<p<0$, (ウ) $0\leqq p$ の各場合について $|p|$, $|p+1|$, A, B は次の表のとおりとなる.

	$\lvert p\rvert$	$\lvert p+1\rvert$	A	B
(ア)	$-p$	$-p-1$	$2p-p-(-p-1)+1=2p+2$	$2p-3p-(-p-1)-1=\ 0$
(イ)	$-p$	$p+1$	$2p-p-(p+1)+1=\ 0$	$2p-3p-(p+1)-1=-2p-2$
(ウ)	p	$p+1$	$2p+p-(p+1)+1=\ 2p$	$2p+3p-(p+1)-1=4p-2$

②より,

(ア)の場合, $D=(2p+2)^2-2\cdot 0=4(p+1)^2\geqq 0$,

(イ)の場合, $D=0^2-2(-2p-2)=4(p+1)>0$ ($-1<p<0$ より),

(ウ)の場合, $D=(2p)^2-2(4p-2)=4(p-1)^2\geqq 0$.

いずれの場合も $D\geqq 0$ であるから, 2次方程式①は実数解をもつ//

(2) (1)より, ①の2解はつねに実数であり, 重解つまり $D=0$ となるときの p は,

(ア)… $p=-1$, (イ)…なし, (ウ) $p=1$

であるから, ①が異なる2つの実数解をもつ条件は

$$p\neq \pm 1. \quad \text{......} ③$$

一方, 解と係数の関係より

$$\alpha+\beta=A,\quad \alpha\beta=\frac{1}{2}B$$

だから, $\alpha^2+\beta^2\leqq 1$ を同値変形すると

$$\alpha^2+\beta^2\leqq 1 \iff (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-1\leqq 0$$
$$\iff A^2-B-1\leqq 0. \quad \text{-----} ④$$

ここで, (1)の表より

(ア)の場合, $A^2-B-1=(2p+2)^2-0-1=(2p+3)(2p+1)$,

(イ)の場合, $A^2-B-1=0^2-(-2p-2)-1=2(p+\frac{1}{2})$,

(ウ)の場合, $A^2-B-1=(2p)^2-(4p-2)-1=4(p-\frac{1}{2})^2$

であるから, ④を整理すると

(ア) $\begin{cases} p\leqq -1 \\ -\frac{3}{2}\leqq p\leqq -\frac{1}{2} \end{cases}$ または (イ) $\begin{cases} -1<p<0 \\ p\leqq -\frac{1}{2} \end{cases}$ または (ウ) $\begin{cases} 0\leqq p \\ p=\frac{1}{2} \end{cases}$

$\therefore -\frac{3}{2}\leqq p\leqq -1$ または $-1<p\leqq -\frac{1}{2}$ または $p=\frac{1}{2}$ …⑤

③, ⑤より, 求める p の範囲は $\underline{-\frac{3}{2}\leqq p<-1,\ -1<p\leqq -\frac{1}{2},\ p=\frac{1}{2}}$ //