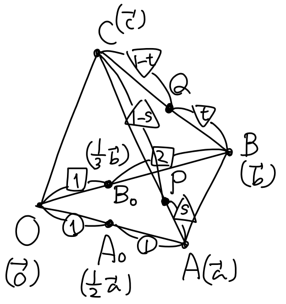
文 $\boxed{2}$



$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\ \overrightarrow{OB}=\vec{b},\ \overrightarrow{OC}=\vec{c}$

と表し、Oを基準点として位置ベクトルを定める。

$P((1-s)\vec{a}+s\vec{c})$

$Q((1-t)b+t\vec{c})$

(1) 点Qが平面A_0B_0P上にあることから、

ある実数α,βを用いて $\overrightarrow{A_0Q}=\alpha\overrightarrow{A_0B_0}+\beta\overrightarrow{A_0P}$ と表される。

これより、

$$(1-t)\vec{b}+t\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}=\alpha\left(\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)+\beta\left\{(1-s)\vec{a}+s\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\right\}$$

$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$が同一平面上にはとれないことから、両辺の$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$の係数は一致し、

$$\begin{cases}\vec{a}:\ -\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\alpha+\left(\frac{1}{2}-s\right)\beta & \text{----- ①}\\ \vec{b}:\ 1-t=\frac{1}{3}\alpha & \text{----------- ②}\\ \vec{c}:\ t=s\beta & \text{--------- ③}\end{cases}$$

②をαについて解くと $\alpha=3(1-t)$.

$0<s<1$ より $s\neq0$ だから、③をβについて解くと $\beta=\frac{t}{s}$.

これらを①に代入すると

$$-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\cdot3(1-t)+\left(\frac{1}{2}-s\right)\cdot\frac{t}{s}$$

$$\therefore -\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}t+\frac{t}{2s}-t$$

$$\therefore \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{s}\right)t=1$$

$$\therefore (s+1)t=2s$$

$0<s<1$ より $s+1\neq0$ だから、$\underline{t=\frac{2s}{s+1}}$ ----- ④

(2) 設定より

$$\begin{cases}|\vec{a}|^2=1,\ |\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2=4,\\ \vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot2\cdot\frac{-1}{2}=-1,\ \vec{b}\cdot\vec{c}=0,\ \vec{c}\cdot\vec{a}=2\cdot1\cdot\frac{1}{2}=1\end{cases}$$

$\angle POQ$ より $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$ だから

$$\{(1-s)\vec{a}+s\vec{c}\}\cdot\{(1-t)\vec{b}+t\vec{c}\}=0$$

$$\therefore (1-s)(1-t)(-1)+(1-s)t\cdot1+s(1-t)\cdot0+st\cdot4=0$$

$$\therefore 2st+2t+s-1=0$$

$$\therefore (2s+2)\cdot\frac{2s}{s+1}+s-1=0$$

$$\therefore 5s-1=0$$

$$\therefore \underline{s=\frac{1}{5}}$$