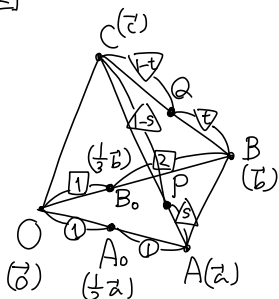


理 2



$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$   
と表示し、 $O$ を基準点として  
位置ベクトルを定める。

$P((1-s)\vec{a} + s\vec{c})$

$Q((1-t)\vec{b} + t\vec{c})$

(1) 点  $Q$  が平面  $A_0B_0P$  上にあることから、  
ある実数  $\alpha, \beta$  を用いて  $\vec{A_0Q} = \alpha \vec{A_0B_0} + \beta \vec{A_0P}$  と表す。

よより、

$$(1-t)\vec{b} + t\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a} = \alpha\left(\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right) + \beta\left[(1-s)\vec{a} + s\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}\right]$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  が同一平面上にはとれないことから、両辺の  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  の  
係数は一致し、

$$\begin{cases} \vec{a} : -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}\alpha + (\frac{1}{2}-s)\beta & \text{---- ①} \\ \vec{b} : 1-t = \frac{1}{3}\alpha & \text{----- ②} \\ \vec{c} : t = s\beta & \text{----- ③} \end{cases}$$

②を  $\alpha$  について解くと  $\alpha = 3(1-t)$ .

$0 < s < 1$  より  $s \neq 0$  だから、③を  $\beta$  について解くと  $\beta = \frac{t}{s}$ .

これを①に代入すると

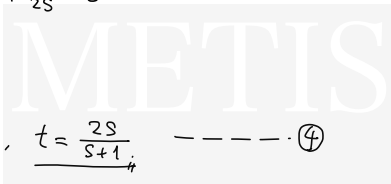
$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cdot 3(1-t) + (\frac{1}{2}-s) \cdot \frac{t}{s}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}t + \frac{t}{2s} - t$$

$$\therefore \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{s})t = 1$$

$$\therefore (s+1)t = 2s$$

$0 < s < 1$  より  $s+1 \neq 0$  だから、 $t = \frac{2s}{s+1}$  ----- ④



(2) 設定より

$$\begin{cases} |\vec{a}|^2 = 1, |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2 = 4, \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = -1, \vec{b} \cdot \vec{c} = 0, \vec{c} \cdot \vec{a} = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1 \end{cases}$$

$\angle POQ$  より  $\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = 0$  だから

$$\{(1-s)\vec{a} + s\vec{c}\} \cdot \{(1-t)\vec{b} + t\vec{c}\} = 0$$

$$\therefore (1-s)(1-t)(-1) + (1-s)t \cdot 1 + s(1-t) \cdot 0 + st \cdot 4 = 0$$

$$\therefore 2st + 2t + s - 1 = 0$$

$$\therefore (2s+2) \cdot \frac{2s}{s+1} + s - 1 = 0$$

$$\therefore 5s - 1 = 0$$

$$\therefore \underline{s = \frac{1}{5}}$$