阪大文系学部　入試問題

2021年

1	a を実数とする．C を放物線 $y=x^2$ とする． (1) 点 $\mathrm{A}(a,\ -1)$ を通るような C の接線は，ちょうど 2 本存在することを示せ． (2) 点 $\mathrm{A}(a,\ -1)$ から C に 2 本の接線を引き，その接点を P，Q とする．直線 PQ の方程式は $y=2ax+1$ であることを示せ． (3) 点 $\mathrm{A}(a,\ -1)$ と直線 $y=2ax+1$ の距離を L とする．a が実数全体を動くとき，L の最小値とそのときの a の値を求めよ． （配転率 30 %）
2	空間内に，同一平面上にない 4 点 O，A，B，C がある．s, t を $0<s<1$，$0<t<1$ をみたす実数とする．線分 OA を $1:1$ に内分する点を A_0，線分 OB を $1:2$ に内分する点を B_0，線分 AC を $s:(1-s)$ に内分する点を P，線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする．さらに 4 点 A_0，B_0，P，Q が同一平面上にあるとする． (1) t を s を用いて表せ． (2) $\lvert\overrightarrow{\mathrm{OA}}\rvert=1$，$\lvert\overrightarrow{\mathrm{OB}}\rvert=\lvert\overrightarrow{\mathrm{OC}}\rvert=2$，$\angle\mathrm{AOB}=120^\circ$，$\angle\mathrm{BOC}=90^\circ$，$\angle\mathrm{COA}=60^\circ$，$\angle\mathrm{POQ}=90^\circ$ であるとき，s の値を求めよ． （配点率 35 %）
3	整数 a, b, c に関する次の条件（＊）を考える． $\displaystyle\int_a^c (x^2+bx)\,dx=\int_b^c (x^2+ax)\,dx \quad \cdots\cdots$（＊） (1) 整数 a, b, c が（＊）および $a\neq b$ をみたすとき，c^2 を a, b を用いて表せ． (2) $c=3$ のとき，（＊）および $a<b$ をみたす整数の組 (a, b) をすべて求めよ． (3) 整数 a, b, c が（＊）および $a\neq b$ をみたすとき，c は 3 の倍数であることを示せ． （配点率 20 %）