

# 2023年

1  $a, b$  を実数とする.  $\theta$  についての方程式

$$\cos 2\theta = a \sin \theta + b$$

が実数解をもつような点  $(a, b)$  の存在範囲を座標平面上に図示せよ.

(配点率 30 %)

2 正の実数  $a, x$  に対して,

$$y = (\log_{\frac{1}{2}} x)^3 + a(\log_{\sqrt{2}} x)(\log_4 x^3)$$

とする.

(1)  $t = \log_2 x$  とするとき,  $y$  を  $a, t$  を用いて表せ.

(2)  $x$  が  $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$  の範囲を動くとき,  $y$  の最大値  $M$  を  $a$  を用いて表せ.

(配点率 35 %)

3 平面上の3点  $O, A, B$  が

$$|2\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OA} + 2\vec{OB}| = 1 \quad \text{かつ} \quad (2\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OA} + \vec{OB}) = \frac{1}{3}$$

をみたすとする.

(1)  $(2\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OA} + 2\vec{OB})$  を求めよ.

(2) 平面上の点  $P$  が

$$|\vec{OP} - (\vec{OA} + \vec{OB})| \leq \frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \vec{OP} \cdot (2\vec{OA} + \vec{OB}) \leq \frac{1}{3}$$

をみたすように動くとき,  $|\vec{OP}|$  の最大値と最小値を求めよ.

(配点率 35 %)