

2018年

1	<p>正の整数 n の各位の数の和を $S(n)$ で表す。たとえば</p> $S(3) = 3, S(10) = 1 + 0 = 1, S(516) = 5 + 1 + 6 = 12$ <p>である。</p> <p>(1) $n \geq 10000$ のとき、不等式 $n > 30S(n) + 2018$ を示せ。</p> <p>(2) $n = 30S(n) + 2018$ を満たす n を求めよ。</p>
2	<p>$-1 \leq t \leq 1$ とし、曲線 $y = \frac{x^2 - 1}{2}$ 上の点 $(t, \frac{t^2 - 1}{2})$ における接線を l とする。半円 $x^2 + y^2 = 1$ ($y \geq 0$) と l で囲まれた部分の面積を S とする。S のとりうる値の範囲を求めよ。</p>
3	<p>3個のさいころを投げる。</p> <p>(1) 出た目の積が6となる確率を求めよ。</p> <p>(2) 出た目の積が k となる確率が $\frac{1}{36}$ であるような k をすべて求めよ。</p>
4	<p>p, q を正の実数とする。原点を O とする座標空間内の3点 $P(p, 0, 0), Q(0, q, 0), R(0, 0, 1)$ は $\angle PRQ = \frac{\pi}{6}$ を満たす。四面体 $OPQR$ の体積の最大値を求めよ。</p>
5	<p>a を実数とし、$f(x) = x - x^3, g(x) = a(x - x^2)$ とする。2つの曲線 $y = f(x), y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。</p> <p>(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。</p> <p>(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた2つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。</p>