一橋大学　前期　入試問題

2019年

1	p を自然数とする．数列 $\{a_n\}$ を $$a_1=1,\quad a_2=p^2,\quad a_{n+2}=a_{n+1}-a_n+13\ (n=1,2,3,\cdots)$$ により定める．数列 $\{a_n\}$ に平方数でない項が存在することを示せ．
2	原点を O とする座標平面上の点 Q は円 $x^2+y^2=1$ 上の $x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$ の部分を動く．点 Q と点 A(2, 2) に対して $$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$ を満たす点 P の軌跡を求め，図示せよ．
3	$f(x)=x^3-3x+2$ とする．また，α は 1 より大きい実数とする．曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(\alpha, f(\alpha))$ における接線と x 軸の交点を Q とする．点 Q を通る C の接線の中で傾きが最小のものを l とする． (1) l と C の接点の x 座標を α の式で表せ． (2) $\alpha=2$ とする．l と C で囲まれた部分の面積を求めよ．
4	原点を O とする座標平面上に，点 (2, 0) を中心とする半径 2 の円 C_1 と，点 (1, 0) を中心とする半径 1 の円 C_2 がある．点 P を中心とする円 C_3 は C_1 に内接し，かつ C_2 に外接する．ただし，P は x 軸上にないものとする．P を通り x 軸に垂直な直線と x 軸の交点を Q とするとき，三角形 OPQ の面積の最大値を求めよ．
5	左下の図のような縦 3 列横 3 列の 9 個のマスがある．異なる 3 個のマスを選び，それぞれに 1 枚ずつコインを置く．マスの選び方は，どれも同様に確からしいものとする．縦と横の各列について，点数を次のように定める． ・その列に置かれているコインが 1 枚以下のとき，0 点 ・その列に置かれているコインがちょうど 2 枚のとき，1 点 ・その列に置かれているコインが 3 枚のとき，3 点 縦と横のすべての列の点数の合計を S とする．たとえば，右下のようにコインが置かれている場合，縦の 1 列目と横の 2 列目の点数が 1 点，他の列の点数が 0 点であるから，$S=2$ となる． (1) $S=3$ となる確率を求めよ． (2) $S=1$ となる確率を求めよ． (3) $S=2$ となる確率を求めよ．