

2021年

1	1000 以下の素数は 250 個以下であることを示せ。
2	<p>実数 x に対し、x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す。数列 $\{a_k\}$ を</p> $a_k = 2^{\lfloor \sqrt{k} \rfloor} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$ <p>で定義する。正の整数 n に対して</p> $b_n = \sum_{k=1}^{n^2} a_k$ <p>を求めよ。</p>
3	<p>次の問いに答えよ。</p> <p>(1) a, b を実数とし、2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ が実数解 α, β をもつとする。ただし、重解の場合は $\alpha = \beta$ とする。3 辺の長さが $1, \alpha, \beta$ である三角形が存在する (a, b) の範囲を求め図示せよ。</p> <p>(2) 3 辺の長さが $1, \alpha, \beta$ である三角形が存在するとき、</p> $\frac{\alpha\beta + 1}{(\alpha + \beta)^2}$ <p>の値の範囲を求めよ。</p>
4	<p>$k > 0$ とする。円 $C : x^2 + (y - 1)^2 = 1$ とし、放物線 S を $y = \frac{1}{k}x^2$ とする。</p> <p>(1) C と S が共有点をちょうど 3 個持つときの k の範囲を求めよ。</p> <p>(2) k が (1) の範囲を動くとき、C と S の共有点のうちで x 座標が正の点を P とする。P における S の接線と S と y 軸とによって囲まれる領域の面積の最大値を求めよ。</p>
5	<p>サイコロを 3 回投げて出た目を順に a, b, c とするとき、</p> $\int_{a-3}^{a+3} (x-b)(x-c) dx = 0$ <p>となる確率を求めよ。</p>