

## 2022年

<b>1</b>	$2^a 3^b + 2^c 3^d = 2022$ を満たす $0$ 以上の整数 $a, b, c, d$ の組を求めよ。
<b>2</b>	$0 \leq \theta < 2\pi$ とする。座標平面上の $3$ 点 $O(0, 0)$ , $P(\cos \theta, \sin \theta)$ , $Q(1, 3 \sin 2\theta)$ が三角形をなすとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。
<b>3</b>	<p>次の問いに答えよ。</p> <p>(1) 実数 <math>x, y</math> について、「<math> x - y  \leq x + y</math>」であることの必要十分条件は「<math>x \geq 0</math> かつ <math>y \geq 0</math>」であることを示せ。</p> <p>(2) 次の不等式で定まる <math>xy</math> 平面上の領域を図示せよ。</p> $ 1 + y - 2x^2 - y^2  \leq 1 - y - y^2$
<b>4</b>	<p><math>t</math> を実数とし、座標空間に点 <math>A(t - 1, t, t + 1)</math> をとる。また、<math>(0, 0, 0)</math>, <math>(1, 0, 0)</math>, <math>(0, 1, 0)</math>, <math>(1, 1, 0)</math>, <math>(0, 0, 1)</math>, <math>(1, 0, 1)</math>, <math>(0, 1, 1)</math>, <math>(1, 1, 1)</math> を頂点とする立方体を <math>D</math> とする。点 <math>P</math> が <math>D</math> の内部およびすべての面上を動くとき、線分 <math>AP</math> の動く範囲を <math>W</math> とし、<math>W</math> の体積を <math>f(t)</math> とする。</p> <p>(1) <math>f(-1)</math> を求めよ。</p> <p>(2) <math>f(t)</math> のグラフを描き、<math>f(t)</math> の最小値を求めよ。</p>
<b>5</b>	<p>中身の見えない <math>2</math> つの箱があり、<math>1</math> つの箱には赤玉 <math>2</math> つと白玉 <math>1</math> つが入っており、もう <math>1</math> つの箱には赤玉 <math>1</math> つと白玉 <math>2</math> つが入っている。どちらかの箱を選び、選んだ箱の中から玉を <math>1</math> つ取り出して元に戻す、という操作を繰り返す。</p> <p>(1) <math>1</math> 回目は箱を無作為に選び、<math>2</math> 回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら前回とは異なる箱を選ぶ。<math>n</math> 回目に赤玉を取り出す確率 <math>p_n</math> を求めよ。</p> <p>(2) <math>1</math> 回目は箱を無作為に選び、<math>2</math> 回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら箱を無作為に選ぶ。<math>n</math> 回目に赤玉を取り出す確率 <math>q_n</math> を求めよ。</p>