

2022年

1	$2^a 3^b + 2^c 3^d = 2022$ を満たす 0 以上の整数 a, b, c, d の組を求めよ。
2	$0 \leq \theta < 2\pi$ とする。座標平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(1, 3 \sin 2\theta)$ が三角形をなすとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。
3	<p>次の問いに答えよ。</p> <p>(1) 実数 x, y について、「$x - y \leq x + y$」であることの必要十分条件は「$x \geq 0$ かつ $y \geq 0$」であることを示せ。</p> <p>(2) 次の不等式で定まる xy 平面上の領域を図示せよ。</p> $ 1 + y - 2x^2 - y^2 \leq 1 - y - y^2$
4	<p>t を実数とし、座標空間に点 $A(t - 1, t, t + 1)$ をとる。また、$(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ を頂点とする立方体を D とする。点 P が D の内部およびすべての面上を動くとき、線分 AP の動く範囲を W とし、W の体積を $f(t)$ とする。</p> <p>(1) $f(-1)$ を求めよ。</p> <p>(2) $f(t)$ のグラフを描き、$f(t)$ の最小値を求めよ。</p>
5	<p>中身の見えない 2 つの箱があり、1 つの箱には赤玉 2 つと白玉 1 つが入っており、もう 1 つの箱には赤玉 1 つと白玉 2 つが入っている。どちらかの箱を選び、選んだ箱の中から玉を 1 つ取り出して元に戻す、という操作を繰り返す。</p> <p>(1) 1 回目は箱を無作為に選び、2 回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら前回とは異なる箱を選ぶ。n 回目に赤玉を取り出す確率 p_n を求めよ。</p> <p>(2) 1 回目は箱を無作為に選び、2 回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら箱を無作為に選ぶ。n 回目に赤玉を取り出す確率 q_n を求めよ。</p>