

2017年

1	<p>曲線 $y = x^3 - 4x + 1$ を C とする. 直線 l は C の接線であり, 点 $P(3, 0)$ を通るものとする. また, l の傾きは負であるとする. このとき, C と l で囲まれた部分の面積 S を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
2	<p>次の間に答えよ. ただし, $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることを用いてよい.</p> <p>(1) 100 桁以下の自然数で, 2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ.</p> <p>(2) 100 桁の自然数で, 2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
3	<p>座標空間において原点 O と点 $A(0, -1, 1)$ を通る直線を l とし, 点 $B(0, 2, 1)$ と点 $C(-2, 2, -3)$ を通る直線を m とする. l 上の 2 点 P, Q と, m 上の点 R を $\triangle PQR$ が正三角形となるようにとる. このとき, $\triangle PQR$ の面積が最小となるような P, Q, R の座標を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>
4	<p>p, q を自然数, α, β を</p> $\tan \alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan \beta = \frac{1}{q}$ <p>を満たす実数とする. このとき, 次の間に答えよ.</p> <p>(1) 次の条件</p> <p style="padding-left: 40px;">(A) $\tan(\alpha + 2\beta) = 2$</p> <p>を満たす p, q の組 (p, q) のうち, $q \leq 3$ であるものをすべて求めよ.</p> <p>(2) 条件 (A) を満たす p, q の組 (p, q) で, $q > 3$ であるものは存在しないことを示せ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
5	<p>n を 2 以上の自然数とする. さいころを n 回振り, 出た目の最大値 M と最小値 L の差 $M - L$ を X とする.</p> <p>(1) $X = 1$ である確率を求めよ.</p> <p>(2) $X = 5$ である確率を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>