京大文系学部　入試問題

2017年

1 (30 点)

曲線 $y = x^3 - 4x + 1$ を C とする．直線 l は C の接線であり，点 P(3, 0) を通るものとする．また，l の傾きは負であるとする．このとき，C と l で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

2 (30 点)

次の問に答えよ．ただし，$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることをは用いてよい．

(1) 100 桁以下の自然数で，2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

(2) 100 桁の自然数で，2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

3 (30 点)

座標空間において原点 O と点 A(0, -1, 1) を通る直線を l とし，点 B(0, 2, 1) と点 C(-2, 2, -3) を通る直線を m とする．l 上の 2 点 P, Q と，m 上の点 R を △PQR が正三角形となるようにとる．このとき，△PQR の面積が最小となるような P, Q, R の座標を求めよ．

4 (30 点)

p, q を自然数，α, β を

$$\tan\alpha = \frac{1}{p}, \qquad \tan\beta = \frac{1}{q}$$

を満たす実数とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 次の条件

(A) $\tan(\alpha + 2\beta) = 2$

を満たす p, q の組 (p, q) のうち，$q \leqq 3$ であるものをすべて求めよ．

(2) 条件 (A) を満たす p, q の組 (p, q) で，$q > 3$ であるものは存在しないことを示せ．

5 (30 点)

n を 2 以上の自然数とする．さいころを n 回振り，出た目の最大値 M と最小値 L の差 $M - L$ を X とする．

(1) $X = 1$ である確率を求めよ．

(2) $X = 5$ である確率を求めよ．