

## 2017年

|   |  |
|---|--|
| 1 | <p><math>w</math> を 0 でない複素数, <math>x, y</math> を <math>w + \frac{1}{w} = x + yi</math> を満たす実数とする.</p> <p>(1) 実数 <math>R</math> は <math>R &gt; 1</math> を満たす定数とする. <math>w</math> が絶対値 <math>R</math> の複素数全体を動くとき, <math>xy</math> 平面上の点 <math>(x, y)</math> の軌跡を求めよ.</p> <p>(2) 実数 <math>\alpha</math> は <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math> を満たす定数とする. <math>w</math> が偏角 <math>\alpha</math> の複素数全体を動くとき, <math>xy</math> 平面上の点 <math>(x, y)</math> の軌跡を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p> |
| 2 | <p>四面体 <math>OABC</math> を考える. 点 <math>D, E, F, G, H, I</math> は, それぞれ辺 <math>OA, AB, BC, CO, OB, AC</math> 上にあり, 頂点ではないとする. このとき, 次の間に答えよ.</p> <p>(1) <math>\overrightarrow{DG}</math> と <math>\overrightarrow{EF}</math> が平行ならば <math>AE : EB = CF : FB</math> であることを示せ.</p> <p>(2) <math>D, E, F, G, H, I</math> が正八面体の頂点となっているとき, これらの点は <math>OABC</math> の各辺の midpoint であり, <math>OABC</math> は正四面体であることを示せ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>  |
| 3 | <p><math>p, q</math> を自然数, <math>\alpha, \beta</math> を</p> $\tan \alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan \beta = \frac{1}{q}$ <p>を満たす実数とする. このとき</p> $\tan(\alpha + 2\beta) = 2$ <p>を満たす <math>p, q</math> の組 <math>(p, q)</math> をすべて求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>  |
| 4 | <p><math>\triangle ABC</math> は鋭角三角形であり, <math>\angle A = \frac{\pi}{3}</math> であるとする. また <math>\triangle ABC</math> の外接円の半径は 1 であるとする.</p> <p>(1) <math>\triangle ABC</math> の内心を <math>P</math> とするとき, <math>\angle BPC</math> を求めよ.</p> <p>(2) <math>\triangle ABC</math> の内接円の半径 <math>r</math> の取り得る値の範囲を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>  |
| 5 | <p><math>a \geq 0</math> とする. <math>0 \leq x \leq \sqrt{2}</math> の範囲で曲線 <math>y = xe^{-x}</math>, 直線 <math>y = ax</math>, 直線 <math>x = \sqrt{2}</math> によって囲まれた部分の面積を <math>S(a)</math> とする. このとき, <math>S(a)</math> の最小値を求めよ.</p> <p>(ここで「囲まれた部分」とは, 上の曲線または直線のうち 2 つ以上で囲まれた部分を意味するものとする.)</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>  |
| 6 | <p><math>n</math> を自然数とする. <math>n</math> 個の箱すべてに, <math>\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}, \boxed{5}</math> の 5 種類のカードがそれぞれ 1 枚ずつ計 5 枚入っている. 各々の箱から 1 枚ずつカードを取り出し, 取り出した順に左から並べて <math>n</math> 桁の数 <math>X</math> を作る. このとき, <math>X</math> が 3 で割り切れる確率を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>  |