LV4

(0) 1 2 3 … $k-1$ k … n

0 ? ? ? … ? ? … ?

4以下　5以上

!!　~~6以上 ○…○ 0つ以上~~　4以下 ○……○ $k-1$つとも $(k\in\{1,2,\cdots n\})$　5以上 ○…○ 1つ以上　4以下 ○…○ 0つ以上 → まじめにΣ?

要するに 1〜nが

4以下 ○---○　5以上 ○…○　4以下 ○----○

「$\underbrace{○○---○}_{n個}$ || の並べ方」に1対1対応 → ‥|○‥○|‥ 但し ここの個数によって ×4^? ×5^? ここがちがってくる → やはりΣ

漸化式立てる

n回の場合, 条件を満たす $X_1\sim X_n$ の出方が a_n 通りとし,
そのうち $X_n\in\{5,6\}$ のものが b_n 通り, 他が c_n 通りとする.

$n+1$回の場合, 条件を満たす $X_1\sim X_{n+1}$ の出方について

(ア) 0 $\underbrace{X_1\ \text{(4以下)} \cdots \text{(5以上)}\ X_n}_{b_n}$ → X_{n+1}: $\underbrace{5,6}_{\times 2}$ case $=$ $2b_n$ 通り

(イ) $\underbrace{\qquad}_{b_n}$ → $\underbrace{1\sim4}_{\times 4}$ case $=$ $4b_n$ 〃

(ウ) 0 $\underbrace{X_1\ \text{(4以下)} \cdots \text{(5以上)(4以下)}\ X_n}_{c_n}$ X_{n+1}: $\underbrace{1\sim4}_{\times 4}$ case $=$ $4c_n$ 〃

(エ) 0 $\underbrace{X_1\ \text{(4以下)}\ X_n}_{4^n}$ → X_{n+1}: $5,6$ $\times 2$ case $=$ $2\cdot4^n$ 〃

これより　$b_{n+1}=2b_n+2\cdot4^n$,　$c_{n+1}=4b_n+4c_n$

これと　$b_1=2$ ($X_1=5,6$), $c_1=0$ より

$\frac{b_{n+1}}{4^{n+1}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{b_n}{4^n}+\frac{1}{2}$

$\frac{b_n}{4^n}=1+\left(\frac{2}{4}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore b_n=4^n-2^n$

$c_{n+1}=4c_n+4(4^n-2^n)$

$\frac{c_{n+1}}{4^{n+1}}=\frac{c_n}{4^n}+1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\therefore \frac{c_n}{4^n}=\frac{0}{4}+n-1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}$

$\therefore c_n=(n-2)4^n+2\cdot2^n$

よって　$a_n=b_n+c_n=(n-1)4^n+2^n$

求める確率は　$\frac{a_n}{6^n}=\frac{(n-1)4^n+2^n}{6^n}=\underline{\frac{(n-1)2^n+1}{3^n}}$ //