

## 2019年

1	<p>次の各問に答えよ。</p> <p>問1 <math>0 &lt; \theta &lt; \frac{\pi}{2}</math> とする。 <math>\cos \theta</math> は有理数ではないが、 <math>\cos 2\theta</math> と <math>\cos 3\theta</math> がともに有理数となるような <math>\theta</math> の値を求めよ。ただし、 <math>p</math> が素数のとき、 <math>\sqrt{p}</math> が有理数でないことは証明なしに用いてよい。</p> <p>問2 次の定積分の値を求めよ。</p> <p>(1) <math>\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx</math>      (2) <math>\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}</math></p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
2	<p><math>f(x) = x^3 + 2x^2 + 2</math> とする。 <math> f(n) </math> と <math> f(n+1) </math> がともに素数となる整数 <math>n</math> をすべて求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
3	<p>鋭角三角形 <math>ABC</math> を考え、その面積を <math>S</math> とする。 <math>0 &lt; t &lt; 1</math> をみたま実数 <math>t</math> に対し、線分 <math>AC</math> を <math>t : 1-t</math> に内分する点を <math>Q</math>、線分 <math>BQ</math> を <math>t : 1-t</math> に内分する点を <math>P</math> とする。実数 <math>t</math> がこの範囲を動くときに点 <math>P</math> の描く曲線と、線分 <math>BC</math> によって囲まれる部分の面積を、 <math>S</math> を用いて表せ。</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>
4	<p>1つのさいころを <math>n</math> 回続けて投げ、出た目を順に <math>X_1, X_2, \dots, X_n</math> とする。このとき次の条件をみたす確率を <math>n</math> を用いて表せ。ただし <math>X_0 = 0</math> としておく。</p> <p>条件：  <math>1 \leq k \leq n</math> をみたま <math>k</math> のうち、 <math>X_{k-1} \leq 4</math> かつ <math>X_k \geq 5</math> が成立するような <math>k</math> の値はただ 1 つである。</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>
5	<p>半径 1 の球面上の 5 点 <math>B_1, B_2, B_3, B_4, B_5</math> は、正方形 <math>B_1B_2B_3B_4</math> を底面とする四角錐をなしている。この 5 点が球面上を動くとき、四角錐 <math>AB_1B_2B_3B_4</math> の体積の最大値を求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p>
6	<p><math>i</math> は虚数単位とする。 <math>(1+i)^n + (1-i)^n &gt; 10^{10}</math> をみたま最小の正の整数 <math>n</math> を求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(35 点)</p> <p>(※ 常用対数表あり)</p>

