

2020年

1	<p>a を負の実数とする. xy 平面上で曲線 $C: y = x x - 3x + 1$ と直線 $l: y = x + a$ のグラフが接するときの a の値を求めよ. このとき, C と l で囲まれた部分の面積を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>																
2	<p>x の 2 次関数で, そのグラフが $y = x^2$ のグラフと 2 点で直交するようなものをすべて求めよ. ただし, 2 つの関数のグラフがある点で直交するとは, その点が 2 つのグラフの共有点であり, かつ接線どうしが直交することをいう.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>																
3	<p>a を奇数とし, 整数 m, n に対して,</p> $f(m, n) = mn^2 + am^2 + n^2 + 8$ <p>とおく. $f(m, n)$ が 16 で割り切れるような整数の組 (m, n) が存在するための a の条件を求めよ.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>																
4	<p>k を正の実数とする. 座標空間において, 原点 O を中心とする半径 1 の球面上の 4 点 A, B, C, D が次の関係式を満たしている.</p> $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2},$ $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = -\frac{\sqrt{6}}{4},$ $\vec{OA} \cdot \vec{OD} = \vec{OB} \cdot \vec{OD} = k.$ <p>このとき, k の値を求めよ. ただし, 座標空間の点 X, Y に対して, $\vec{OX} \cdot \vec{OY}$ は, \vec{OX} と \vec{OY} の内積を表す.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>																
5	<p>縦 4 個, 横 4 個のマス目のそれぞれに 1, 2, 3, 4 の数字を入れていく. このマス目の横の並びを行といい, 縦の並びを列という. どの行にも, どの列にも同じ数字が 1 回しか現れない入れ方は何通りあるか求めよ. 右図はこのような入れ方の 1 例である.</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p> <table border="1" data-bbox="1182 1234 1417 1458" style="float: right;"> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	1	2	3	4	3	4	1	2	4	1	2	3	2	3	4	1
1	2	3	4														
3	4	1	2														
4	1	2	3														
2	3	4	1														