

2020年

- 1 (30点)
 a を負の実数とする. xy 平面上で曲線 $C: y = |x|x - 3x + 1$ と直線 $l: y = x + a$ のグラフが接するときの a の値を求めよ. このとき, C と l で囲まれた部分の面積を求めよ.

- 2 (30点)
 x の2次関数で, そのグラフが $y = x^2$ のグラフと2点で直交するようなものをすべて求めよ. ただし, 2つの関数のグラフがある点で直交するとは, その点が2つのグラフの共有点であり, かつ接線どうしが直交することをいう.

- 3 (30点)
 a を奇数とし, 整数 m, n に対して,

$$f(m, n) = mn^2 + am^2 + n^2 + 8$$
とおく. $f(m, n)$ が16で割り切れるような整数の組 (m, n) が存在するための a の条件を求めよ.

- 4 (30点)
 k を正の実数とする. 座標空間において, 原点 O を中心とする半径1の球面上の4点 A, B, C, D が次の関係式を満たしている.

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = -\frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OD} = \vec{OB} \cdot \vec{OD} = k.$$

このとき, k の値を求めよ. ただし, 座標空間の点 X, Y に対して, $\vec{OX} \cdot \vec{OY}$ は, \vec{OX} と \vec{OY} の内積を表す.

- 5 (30点)
縦4個, 横4個のマスのそれぞれに1, 2, 3, 4の数字を入れていく. このマスの横の並びを行といい, 縦の並びを列という. どの行にも, どの列にも同じ数字が1回しか現れない入れ方は何通りあるか求めよ. 右図はこのような入れ方の1例である.

1	2	3	4
3	4	1	2
4	1	2	3
2	3	4	1