

文5

$p=3$ の場合

$$p^4+14 = 81+14 = 95 = 5 \times 19 \text{ (は素数ではない)}$$

$p \neq 3$ の場合

p は素数だから 3 の倍数ではなく

$$p = 3R \pm 1 \text{ (} R \text{ は整数)}$$

と表すことができ,

$$\begin{aligned} p^4 + 14 &= \underbrace{(3R \pm 1)^4}_{\text{二項定理より}} + 14 \\ &= \underbrace{3 \times (\text{整数}) + (-1)^4}_{\text{二項定理より}} + 14 \\ &= 3 \times \{(\text{整数}) + 5\} \end{aligned}$$

は 3 の倍数である。

一方, $p^4 + 14 \geq 2^4 + 14 > 3$ である。

よって, $p^4 + 14$ は 3 より大きい 3 の倍数だから素数ではない。

いざこの場合も $p^4 + 14$ は素数ではなく, 示せた。 //