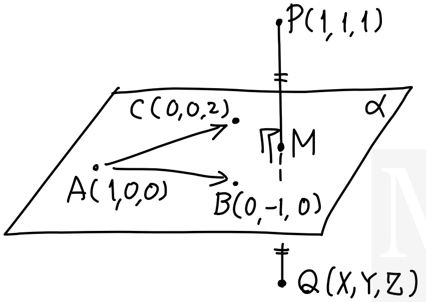
理 1

問1



Qの座標を(X, Y, Z)とおく.

設定より, $\begin{cases} M \in \alpha & \text{------ ①} \\ PM \perp \alpha & \text{------ ②} \end{cases}$

①より, ある実数s, tを用いて $\overrightarrow{AM} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$
と表されるから

$$\left(\frac{X+1}{2}, \frac{Y+1}{2}, \frac{Z+1}{2}\right) - (1,0,0) = s(-1,-1,0) + t(-1,0,2)$$

$$\therefore \begin{cases} X-1 = -2s-2t & \text{------ ③} \\ Y+1 = -2s & \text{---------- ④} \\ Z+1 = 4t & \text{---------- ⑤} \end{cases}$$

$(③-②) \times 2 + ⑤$ より s, tを消去すると

$$(X-Y-2)\cdot 2 + Z + 1 = 0$$

$$\therefore 2X - 2Y + Z = 3 \quad \text{--------- ⑥}$$

一方, ②より $PQ \perp \alpha$ であり

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \ \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

だから

$$\begin{cases} (X-1, Y-1, Z-1)\cdot(-1,-1,0) = 0 \\ (X-1, Y-1, Z-1)\cdot(-1,0,2) = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} -X-Y+2 = 0 & \text{-------- ⑦} \\ -X+2Z-1 = 0 & \text{-------- ⑧} \end{cases}$$

⑥, ⑦, ⑧を解いて,

$$X = \frac{13}{9}, \ Y = \frac{5}{9}, \ Z = \frac{11}{9}.$$

よって, Qの座標は $\underline{\left(\frac{13}{9}, \frac{5}{9}, \frac{11}{9}\right)}$ //