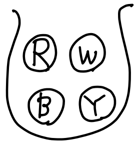
理 1 (つづき)

問2



R: 赤玉, W: 白玉, B 青玉, Y 黄玉

事象 A, B を次で定める.

A: 1〜n-1回目では毎回 W, B, Y のいずれかをとり出し
しかも, W, B, Y のそれぞれを1回以上とり出している

B: n回目に R をとり出す

事象 $A \cap B$ が起こる確率 $P(A \cap B)$ を求めればよい.

Aについて.

事象 E, F, G を次で定める.

E: n-1回とも W か B か Y をとり出す
F: n-1回とも W か B をとり出す
G: n-1回とも B か Y をとり出す
H: n-1回とも Y か W をとり出す

このとき, $A = E \cap \overline{(F \cup G \cup H)}$ であり,

$$
\begin{aligned}
P(A) &= P(E) - P(F \cup G \cup H) \\
&= P(E) - \{P(F) + P(G) + P(H) \\
&\qquad - P(F \cap G) - P(G \cap H) - P(H \cap F) \\
&\qquad + P(F \cap G \cap H)\} \\
&= \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - \left\{\left(\frac{2}{4}\right)^{n-1} \times 3 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \times 3 + 0\right\} \\
&= \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}
\end{aligned}
$$

事象 A, B は独立だから, 求める確率は

$$
\begin{aligned}
&P(A \cap B) \\
&= P(A) \times P(B) \\
&= \left\{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\right\} \times \frac{1}{4} \\
&= \underline{\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}} /\!/
\end{aligned}
$$