京大文系学部　入試問題

2021年

1　(30 点)

次の各問に答えよ．

問1　10 進法で表された数 6.75 を 2 進法で表せ．また，この数と 2 進法で表された数 101.0101 との積として与えられる数を 2 進法および 4 進法で表せ．

問2　△OAB において OA = 3，OB = 2，∠AOB = 60° とする．△OAB の垂心を H とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ．

2　(30 点)

定積分 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left|x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right|dx$ を求めよ．

3　(30 点)

n を 2 以上の整数とする．1 から n までの番号が付いた n 個の箱があり，それぞれの箱には赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている．このとき操作（∗）を $k=1,\ \cdots,\ n-1$ に対して，k が小さい方から順に 1 回ずつ行う．

（∗）番号 k の箱から玉を 1 個取り出し，番号 $k+1$ の箱に入れてよくかきまぜる．

一連の操作がすべて終了した後，番号 n の箱から玉を 1 個取り出し，番号 1 の箱に入れる．このとき番号 1 の箱に赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている確率を求めよ．

4　(30 点)

空間の 8 点

O(0, 0, 0)，A(1, 0, 0)，B(1, 2, 0)，C(0, 2, 0)，

D(0, 0, 3)，E(1, 0, 3)，F(1, 2, 3)，G(0, 2, 3)，

を頂点とする直方体 OABC − DEFG を考える．点 O，点 F，辺 AE 上の点 P，および辺 CG 上の点 Q の 4 点が同一平面上にあるとする．このとき，四角形 OPFQ の面積 S を最小にするような点 P および点 Q の座標を求めよ．また，そのときの S の値を求めよ．

5　(30 点)

p が素数ならば p^4+14 は素数でないことを示せ．