

2021年

1	<p>次の各問に答えよ。</p> <p>問1 10進法で表された数 6.75 を 2進法で表せ。また、この数と 2進法で表された数 101.0101 との積として与えられる数を 2進法および 4進法で表せ。</p> <p>問2 $\triangle OAB$ において $OA = 3$, $OB = 2$, $\angle AOB = 60^\circ$ とする。$\triangle OAB$ の垂心を H とするとき、\overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
2	<p>定積分 $\int_{-1}^1 \left x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \right dx$ を求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
3	<p>n を 2 以上の整数とする。1 から n までの番号が付いた n 個の箱があり、それぞれの箱には赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている。このとき操作 (*) を $k = 1, \dots, n-1$ に対して、k が小さい方から順に 1 回ずつ行う。</p> <p>(*) 番号 k の箱から玉を 1 個取り出し、番号 $k+1$ の箱に入れてよくかきまぜる。</p> <p>一連の操作がすべて終了した後、番号 n の箱から玉を 1 個取り出し、番号 1 の箱に入れる。このとき番号 1 の箱に赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている確率を求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
4	<p>空間の 8 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(0, 0, 3)$, $E(1, 0, 3)$, $F(1, 2, 3)$, $G(0, 2, 3)$,</p> <p>を頂点とする直方体 $OABC - DEFG$ を考える。点 O, 点 F, 辺 AE 上の点 P, および辺 CG 上の点 Q の 4 点在同一平面上にあるとする。このとき、四角形 $OPFQ$ の面積 S を最小にするような点 P および点 Q の座標を求めよ。また、そのときの S の値を求めよ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>
5	<p>p が素数ならば $p^4 + 14$ は素数でないことを示せ。</p> <p style="text-align: right;">(30 点)</p>