

2022年

1	<p>$5.4 < \log_4 2022 < 5.5$であることを示せ。ただし、$0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$であることは用いてよい。</p>	(30点)
2	<p>下図の三角柱 $ABC-DEF$ において、A を始点として、辺に沿って頂点を n 回移動する。すなわち、この移動経路</p>	
$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \cdots \rightarrow P_{n-1} \rightarrow P_n \quad (\text{ただし } P_0 = A)$		
<p>において、$P_0P_1, P_1P_2, \dots, P_{n-1}P_n$ はすべて辺であるとする。また、同じ頂点を何度か通ってもよいものとする。このような移動経路で、終点 P_n が A, B, C のいずれかとなるものの総数 a_n を求めよ。</p>		
(30点)		
3	<p>xy 平面上の2直線 L_1, L_2 は直交し、交点の x 座標は $\frac{3}{2}$ である。また、L_1, L_2 はともに曲線 $C: y = \frac{x^2}{4}$ に接している。このとき、L_1, L_2 および C で囲まれる図形の面積を求めよ。</p>	(30点)
4	<p>a, b を正の実数とする。直線 $L: ax + by = 1$ と曲線 $y = -\frac{1}{x}$ との2つの交点のうち、y 座標が正のものを P、負のものを Q とする。また、L と x 軸との交点を R とし、L と y 軸との交点を S とする。a, b が条件</p>	
$\frac{PQ}{RS} = \sqrt{2}$		
<p>を満たしながら動くとき、線分 PQ の中点の軌跡を求めよ。</p>		
(30点)		
5	<p>四面体 $OABC$ が</p>	
$OA = 4, \quad OB = AB = BC = 3, \quad OC = AC = 2\sqrt{3}$		
<p>を満たしているとする。P を辺 BC 上の点とし、$\triangle OAP$ の重心を G とする。このとき、次の各問に答えよ。</p>		
<p>(1) $\overrightarrow{PG} \perp \overrightarrow{OA}$ を示せ。</p>		
<p>(2) P が辺 BC 上を動くとき、PG の最小値を求めよ。</p>		
(30点)		