神大文系学部　入試問題

2018年

1.　t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする．OABC を 1 辺の長さが 1 の正四面体とする．辺 OA を $1-t : t$ に内分する点を P，辺 OB を $t : 1-t$ に内分する点を Q，辺 BC の中点を R とする．また $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

(1) $\overrightarrow{\mathrm{QP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ を t，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $\angle\mathrm{PQR} = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，t の値を求めよ．

(3) t が (2) で求めた値をとるとき，$\triangle\mathrm{PQR}$ の面積を求めよ．

2.　$f(x) = (2x-1)^3$ とする．数列 $\{x_n\}$ を次のように定める．

$x_1 = 2$ であり，x_{n+1}（$n \geqq 1$）は点 $(x_n,\ f(x_n))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線と x 軸の交点の x 座標とする．

以下の問に答えよ．(配点 30 点)

(1) 点 $(t,\ f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ．

また $t \neq \dfrac{1}{2}$ のときに，その接線と x 軸の交点の x 座標を求めよ．

(2) $x_n > \dfrac{1}{2}$ を示せ．また x_n を n の式で表せ．

(3) $|x_{n+1} - x_n| < \dfrac{3}{4} \times 10^{-5}$ を満たす最小の n を求めよ．ただし $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$，$0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ は用いてよい．

3.　さいころを３回ふって，１回目に出た目の数を a，２回目と３回目に出た目の数の和を b とし，２次方程式

$$x^2 - ax + b = 0 \quad \cdots\cdots(*)$$

を考える．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

(1) $(*)$ が $x = 1$ を解にもつ確率を求めよ．

(2) $(*)$ が整数を解にもつとする．このとき $(*)$ の解は共に正の整数であり，また少なくとも 1 つの解は 3 以下であることを示せ．

(3) $(*)$ が整数を解にもつ確率を求めよ．