神大文系学部　入試問題

2019年

1.　a, b, c を実数とし，$a \neq 0$ とする．２次関数 $f(x)$ をた

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

で定める．曲線 $y = f(x)$ は点 $\left(2, 2 - \dfrac{c}{2}\right)$ を通り，

$$\int_0^3 f(x)\,dx = \frac{9}{2}$$

をみたすとする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

(1)　関数 $y = f(x)$ を a を用いて表せ．

(2)　点 $(1, f(1))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする．直線 l の方程式を a を用いて表せ．

(3)　$0 < a < \dfrac{1}{2}$ とする．(2)で求めた直線 l の $y \geqq 0$ の部分と曲線 $y = f(x)$ の $x \geqq 0$ の部分および x 軸で囲まれた図形の面積 S の最大値と，そのときの a の値を求めよ．

2.　次のように 1， 3， 4 を繰り返し並べて得られる数列を $\{a_n\}$とする．

$$1, 3, 4, 1, 3, 4, 1, 3, 4, \cdots$$

すなわち，$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 4$ で，４位上の自然数 n に対し，$a_n = a_{n-3}$ とする．この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

(1)　S_n を求めよ．

(2)　$S_n = 2019$ となる自然数 n は存在しないことを示せ．

(3)　どのような自然数 k に対しても，$S_n = k^2$ となる自然数 n が存在することを示せ．

3.　$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = 2$ をみたす△PAB を考え，辺 AB の中点を M，△PABの重心を G とする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

(1)　$\left|\overrightarrow{\mathrm{PM}}\right|^2$ を内積 $\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}$ を用いて表せ．

(2)　$\angle\mathrm{AGB} = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}$ の値を求めよ．

(3)　点 A と点 B を固定し，$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}} = \dfrac{5}{4}$ をみたすように点 P を動かすとき，$\angle\mathrm{AGB}$ の最大値を求めよ．ただし，$0 < \angle\mathrm{AGB} < \pi$ とする．