

2021年

<p>1.</p>	<p>i を虚数単位とする。以下の間に答えよ。(配点 30 点)</p> <p>(1) $n = 2, 3, 4, 5$ のとき $(2+i)^n$ を求めよ。またそれらの虚部の整数を 10 で割った余りを求めよ。</p> <p>(2) n を正の整数とすると $(2+i)^n$ は虚数であることを示せ。</p>
<p>2.</p>	<p>次の定積分を求めよ。(配点 30 点)</p> <p>(1) $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$</p> <p>(2) $J = \int_0^1 x^3 \log(x^2+1) dx$</p>
<p>3.</p>	<p>$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が垂直であるとする。$\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} + 3\vec{b}$ のなす角を θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする。以下の間に答えよ。(配点 30 点)</p> <p>(1) $\vec{a} = x, \vec{b} = y$ とするとき、$\sin^2 \theta$ を x, y を用いて表せ。</p> <p>(2) θ の最大値を求めよ。</p>
<p>4.</p>	<p>m を実数とする。座標平面上の放物線 $y = x^2$ と直線 $y = mx + 1$ の共有点を A, B とし、原点を O とする。以下の間に答えよ。(配点 30 点)</p> <p>(1) $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ。</p> <p>(2) 3 点 A, B, O を通る円の方程式を求めよ。</p> <p>(3) 放物線 $y = x^2$ と (2) の円が A, B, O 以外の共有点をもたないような m の値をすべて求めよ。</p>
<p>5.</p>	<p>座標平面上を運動する点 $P(x, y)$ の時刻 t における座標が</p> $x = \frac{4 + 5 \cos t}{5 + 4 \cos t}, \quad y = \frac{3 \sin t}{5 + 4 \cos t}$ <p>であるとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)</p> <p>(1) 点 P と原点 O との距離を求めよ。</p> <p>(2) 点 P の時刻 t における速度 $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ と速さ \vec{v} を求めよ。</p> <p>(3) 定積分 $\int_0^\pi \frac{dt}{5 + 4 \cos t}$ を求めよ。</p>