神大理系学部　入試問題

2022年

1.	数列 $\{a_n\}$を $a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=\sqrt{a_{n+1}\cdot a_n}$（ $n=1,2,3,\cdots$ ）によって定める．以下の問に答えよ．(配点 30 点) (1) すべての自然数 n について $a_{n+1}=\dfrac{2}{\sqrt{a_n}}$ が成り立つことを示せ． (2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\log a_n$（ $n=1,2,3,\cdots$ ）によって定める．b_n の値を n を用いて表せ． (3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ．
2.	m を 3 以上の自然数，$\theta=\dfrac{2\pi}{m}$，C_1 を半径 1 の円とする．円 C_1 に内接する（すべての頂点が C_1 上にある）正 m 角形を P_1 とし，P_1 に内接する（ P_1 のすべての辺と接する）円を C_2 とする．同様に，n を自然数とするとき，円 C_n に内接する正 m 角形を P_n とし，P_n に内接する円を C_{n+1} とする．C_n の半径を r_n，C_n の内側で P_n の外側の部分の面積を s_n とし，$f(m)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} s_n$ とする．以下の問に答えよ．(配点 30 点) (1) r_n，s_n の値を θ，n を用いて表せ． (2) $f(m)$ の値を θ を用いて表せ． (3) 極限値 $\displaystyle\lim_{m\to\infty} f(m)$ を求めよ． ただし，必要があれば $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x-\sin x}{x^3}=\frac{1}{6}$ を用いてよい．
3.	a を実数，$0<a<1$ とし，$f(x)=\log(1+x^2)-ax^2$ とする．以下の問に答えよ．(配点 30 点) (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ． (2) $f(1)=0$ とする．曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．
4.	a を正の実数とし，双曲線 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=1$ と直線 $y=\sqrt{a}x+\sqrt{a}$ が異なる 2 点 P，Q で交わっているとする．線分 PQ の中点を $\mathrm{R}(s,t)$ とする．以下の問に答えよ．(配点 30 点) (1) a のとりうる値の範囲を求めよ． (2) s，t の値を a を用いて表せ． (3) a が (1) で求めた範囲を動くときに s のとりうる値の範囲を求めよ． (4) t の値を s を用いて表せ．
5.	a，b を実数，p を素数とし，$1<a<b$ とする．以下の問に答えよ．(配点 30 点) (1) x，y，z を 0 でない実数とする．$a^x=b^y=(ab)^z$ ならば $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{z}$ であることを示せ． (2) m，n を $m>n$ をみたす自然数とし，$\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{p}$ とする．m，n の値を p を用いて表せ． (3) m，n 自然数とし，$a^m=b^n=(ab)^p$ とする．b の値を a，p を用いて表せ．