

2023年

1. a, b を実数とする. 整式 $f(x)$ を $f(x) = x^2 + ax + b$ で定める. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 2次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの正の解をもつための a と b がみたすべき必要十分条件を求めよ.
- (2) 2次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもち, それらが共に -1 より大きく, 0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ.
- (3) 2次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解の実部が共に -1 より大きく, 0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ. ただし, 2次方程式の重解は 2 つと数える.

2. A, B の 2 人が, はじめに, A は 2 枚の硬貨を, B は 1 枚の硬貨を持っている. 2 人は次の操作 (P) を繰り返すゲームを行う.

(P) 2 人は持っている硬貨すべてを同時に投げる. それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の枚数を数え, その枚数が少ない方が相手に 1 枚の硬貨を渡す. 表が出た硬貨の枚数が同じときは硬貨のやりとりは行わない.

操作 (P) を繰り返し, 2 人のどちらかが持っている硬貨の枚数が 3 枚となった時点でこのゲームは終了する. 操作 (P) を n 回繰り返し行ったとき, A が持っている硬貨の枚数が 3 枚となってゲームが終了する確率を p_n とする. ただし, どの硬貨も 1 回投げたとき, 表の出る確率は $\frac{1}{2}$ とする. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) p_1 の値を求めよ.
- (2) p_2 の値を求めよ.
- (3) p_3 の値を求めよ.

3. a を正の実数とする. 2 つの円

$$C_1: x^2 + y^2 = a, \quad C_2: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$$

が異なる 2 点 A, B で交わっているとす. 直線 AB が x 軸および y 軸と交わる点をそれぞれ $(p, 0)$, $(0, q)$ とするとき, 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) p, q の値を a を用いて表せ.
- (3) p, q の値が共に整数となるような a の値をすべて求めよ.