

# 2023年

1.  $a, b$  を実数とする. 整式  $f(x)$  を  $f(x) = x^2 + ax + b$  で定める. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 2次方程式  $f(x) = 0$  が異なる 2 つの正の解をもつための  $a$  と  $b$  がみたすべき必要十分条件を求めよ.
- (2) 2次方程式  $f(x) = 0$  が異なる 2 つの実数解をもち, それらが共に  $-1$  より大きく,  $0$  より小さくなるような点  $(a, b)$  の存在する範囲を  $ab$  平面上に図示せよ.
- (3) 2次方程式  $f(x) = 0$  の 2 つの解の実部が共に  $-1$  より大きく,  $0$  より小さくなるような点  $(a, b)$  の存在する範囲を  $ab$  平面上に図示せよ. ただし, 2次方程式の重解は 2 つと数える.

2. A, B の 2 人が, はじめに, A は 2 枚の硬貨を, B は 1 枚の硬貨を持っている. 2 人は次の操作 (P) を繰り返すゲームを行う.

(P) 2 人は持っている硬貨すべてを同時に投げる. それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の枚数を数え, その枚数が少ない方が相手に 1 枚の硬貨を渡す. 表が出た硬貨の枚数が同じときは硬貨のやりとりは行わない.

操作 (P) を繰り返し, 2 人のどちらかが持っている硬貨の枚数が 3 枚となった時点でこのゲームは終了する. 操作 (P) を  $n$  回繰り返し行ったとき, A が持っている硬貨の枚数が 3 枚となってゲームが終了する確率を  $p_n$  とする. ただし, どの硬貨も 1 回投げたとき, 表の出る確率は  $\frac{1}{2}$  とする. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1)  $p_1$  の値を求めよ.
- (2)  $p_2$  の値を求めよ.
- (3)  $p_3$  の値を求めよ.

3.  $a$  を正の実数とする. 2 つの円

$$C_1: x^2 + y^2 = a, \quad C_2: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$$

が異なる 2 点 A, B で交わっているとす. 直線 AB が  $x$  軸および  $y$  軸と交わる点をそれぞれ  $(p, 0)$ ,  $(0, q)$  とするとき, 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1)  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2)  $p, q$  の値を  $a$  を用いて表せ.
- (3)  $p, q$  の値が共に整数となるような  $a$  の値をすべて求めよ.