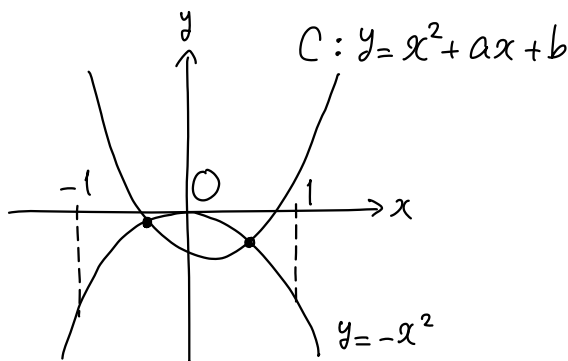
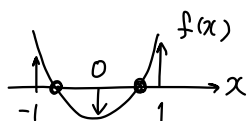


文 3



(1) 共有点についての設定から、 x の2次方程式
 $x^2 + ax + b = -x^2$ つまり $2x^2 + ax + b = 0$
 は $-1 < x < 0$ と $0 < x < 1$ の解を1つずつもつ。

$f(x) = 2x^2 + ax + b$ とおくと、その条件は

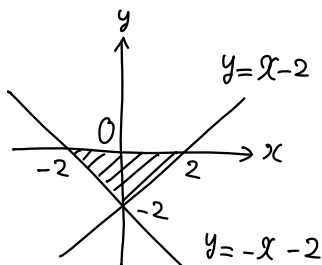


$$\begin{cases} f(-1) > 0 \\ f(0) < 0 \\ f(1) > 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2 - a + b > 0 \\ b < 0 \\ 2 + a + b > 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b > a - 2 \\ b < 0 \\ b > -a - 2 \end{cases}$$

よって点 (a, b) の
 とりうる範囲は右図
 (境界線は含まない)



(2) 定点 (X, Y) をとり、この点が C の通過領域に属しているための条件を考える。

次の同値関係が成り立つ。

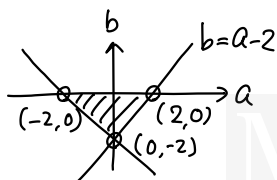
「点 $(X, Y) \in (C \text{ の通過領域})$ 」

\Leftrightarrow 「(1)で求めた範囲内からうまく点 (a, b) をとれば
その (a, b) に対する C が点 (X, Y) を通る」

\Leftrightarrow 「(1)で求めた範囲内の (a, b) のうち
 $Y = X^2 + aX + b$ を満たすものがとれる」

\Leftrightarrow 「 ab 平面で考えたとき、直線 $aX + b + X^2 - Y = 0$ が

領域 $\begin{cases} b > a - 2 \\ b < 0 \\ b > -a - 2 \end{cases}$ と共有点をもつ。



\Leftrightarrow 「 ab 平面で考えたとき、3点 $(2, 0), (-2, 0), (0, -2)$ がいずれも直線 $aX + b + X^2 - Y = 0$ に関して
(直線上も含めて) 同じ側にある」の否定

$\Leftrightarrow f(a, b) = aX + b + X^2 - Y$ とおいたとき
 $\begin{cases} f(2, 0) \geq 0 \\ f(-2, 0) \geq 0 \\ f(0, -2) \geq 0 \end{cases}$ または $\begin{cases} f(2, 0) \leq 0 \\ f(-2, 0) \leq 0 \\ f(0, -2) \leq 0 \end{cases}$ の否定

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2X + X^2 - Y \geq 0 \\ -2X + X^2 - Y \geq 0 \\ -2 + X^2 - Y \geq 0 \end{cases}$ または $\begin{cases} 2X + X^2 - Y \leq 0 \\ -2X + X^2 - Y \leq 0 \\ -2 + X^2 - Y \leq 0 \end{cases}$ の否定

$\Leftrightarrow \begin{cases} Y \leq (X+1)^2 - 1 \\ Y \leq (X-1)^2 - 1 \\ Y \leq X^2 - 2 \end{cases}$ または $\begin{cases} Y \geq (X+1)^2 - 1 \\ Y \geq (X-1)^2 - 1 \\ Y \geq X^2 - 2 \end{cases}$ の否定

よって、求める C の通過領域
は右図(境界線は含まない)。

