

2023年

1	<p>k を正の実数とし、2 次方程式 $x^2 + x - k = 0$ の 2 つの実数解を α, β とする。k が $k > 2$ の範囲を動くとき、</p> $\frac{\alpha^3}{1-\beta} + \frac{\beta^3}{1-\alpha}$ <p>の最小値を求めよ。</p>
2	<p>座標平面上の放物線 $y = 3x^2 - 4x$ を C とおき、直線 $y = 2x$ を ℓ とおく。実数 t に対し、C 上の点 $P(t, 3t^2 - 4t)$ と ℓ の距離を $f(t)$ とする。</p> <p>(1) $-1 \leq a \leq 2$ の範囲の実数 a に対し、定積分</p> $g(a) = \int_{-1}^a f(t) dt$ <p>を求めよ。</p> <p>(2) a が $0 \leq a \leq 2$ の範囲を動くとき、$g(a) - f(a)$ の最大値および最小値を求めよ。</p>
3	<p>黒玉 3 個、赤玉 4 個、白玉 5 個が入っている袋から玉を 1 個ずつ取り出し、取り出した玉を順に横一列に 12 個すべて並べる。ただし、袋から個々の玉が取り出される確率は等しいものとする。</p> <p>(1) どの赤玉も隣り合わない確率 p を求めよ。</p> <p>(2) どの赤玉も隣り合わないとき、どの黒玉も隣り合わない条件付き確率 q を求めよ。</p>
4	<p>半径 1 の球面上の相異なる 4 点 A, B, C, D が</p> $AB = 1, \quad AC = BC, \quad AD = BD, \quad \cos \angle ACB = \cos \angle ADB = \frac{4}{5}$ <p>を満たしているとする。</p> <p>(1) 三角形 ABC の面積を求めよ。</p> <p>(2) 四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。</p>