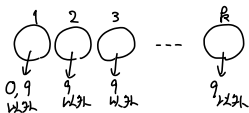


1

(1) 10^{R-1} 以上 10^R 未満であることから 10進法で R 桁の数だから、(*)を満たすものは



$$a_R = 8 \times 9 \times 9 \times \dots \times 9 = \underline{8 \cdot 9^{R-1}}$$

(2) $10^{i-1} \leq n \leq 10^i - 1$ である n のうち

(*)を満たすものは a_i 個あり、

そのうち最小のものは 10^{i-1} だから

$\frac{1}{n}$ の最大値は $\frac{1}{10^{i-1}}$ である

よって

$$\sum_{n=10^{i-1}}^{10^i-1} b_n \leq \frac{1}{10^{i-1}} \times a_i = 8 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{i-1}$$

だから

$$\sum_{n=1}^{10^R-1} b_n = \sum_{i=1}^R \left(\sum_{n=10^{i-1}}^{10^i-1} b_n \right)$$

$$\leq \sum_{i=1}^R 8 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{i-1}$$

$$= 8 \cdot \frac{1 - \left(\frac{9}{10}\right)^R}{1 - \frac{9}{10}}$$

$$= 80 - 80 \left(\frac{9}{10}\right)^R$$

$$< 80$$

//