

2023年

1	(60点) 実数 $\int_0^{2023} \frac{2}{x+e^x} dx$ の整数部分を求めよ.
2	(60点) 方程式 $(x^3 - x)^2(y^3 - y) = 86400$ を満たす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.
3	(60点) 実数が書かれた3枚のカード $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{\sqrt{3}}$ から、無作為に2枚のカードを順に選び、でた実数を順に実部と虚部にもつ複素数を得る操作を考える. 正の整数 n に対して、この操作を n 回繰り返して得られる n 個の複素数の積を z_n で表す. (1) $ z_n < 5$ となる確率 P_n を求めよ. (2) z_n^2 が実数となる確率 Q_n を求めよ.
4	(60点) xyz 空間において、 x 軸を軸とする半径2の円柱から、 $ y < 1$ かつ $ z < 1$ で表される角柱の内部を取り除いたものを A とする. また、 A を x 軸のまわりに 45° 回転してから z 軸のまわりに 90° 回転したものを B とする. A と B の共通部分の体積を求めよ.
5	(60点) xyz 空間の4点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, 1, -1)$, $D(-1, 0, 0)$ を考える. (1) 2直線 AB , BC から等距離にある点全体のなす図形を求めよ. (2) 4直線 AB , BC , CD , DA に共に接する球面の中心と半径の組をすべて求めよ.